УДК 517.977.56:519.876.2

МЕТОДОЛОГИЧЕСКИЕ ВОПРОСЫ ОПТИМИЗАЦИИ ИНЖЕНЕРНЫХ СЕТЕЙ НА НЕОДНОРОДНОЙ ТЕРРИТОРИИ

В.К. Попков[1,2], Г.Ы. Токтошов[2]

[1,2]Институт вычислительной математики и математической геофизики СО РАН, г. Новосибирск
[2]Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, г. Новосибирск
E-mail: popkov@sscc.ru; tgi_tok@rambler.ru

Предложена гиперсетевая технология оптимизации проектных решений по созданию инженерных сетей на неоднородной территории. На основе предложенной технологии показана сводимость сложной-задачи, связанной с проектированием инженерной сети, к более простой гиперсетевой задаче.

Ключевые слова:
Неоднородная территория, топооснова, рельеф местности, сеть ситуационных трасс, линейные сооружения, инженерная сеть, регулярная сетка, гиперсеть, иерархическая гиперсеть.

***Key words**:*
Heterogeneous area, topological base, relief, situational tracks network, linear construction, engineering network, regular grid, hyper network, hierarchical hyper network.

1. Введение

Несмотря на сложность поставленных задач, связанных с оптимизацией инженерной сети, многие авторы решают их с использованием методов теории графов. Однако, на наш взгляд, граф как структурная модель малоэффективна для решения таких задач. Поскольку основными компонентами инженерной сети являются первичная и вторичная сеть, то вторичную сеть необходимо рассматривать как построенную на базе элементов первичной сети, что трудно описать методами теории графов. Кроме того, граф не учитывает реализации первичной сети на земной поверхности, что является немаловажным фактором при определении строительных и эксплуатационных характеристик инженерной сети, зависящих от природных и градостроительных особенностей данного участка.

Так как инженерные сети реализуются на земной поверхности с различными природными и градостроительными факторами, то их эффективность в значительной степени зависит от характеристик этой поверхности. Поверхность, на которой предполагается размещение инженерной сети, можно считать неоднородной по условиям строительства и эксплуатации. Поэтому разработка соответствующей технологии оптимизации проектных решений, учитывающей этой неоднородность, является актуальной задачей. Такая технология должна учитывать, что структурные модели инженерной сети имеют более двух различных интегрированных уровней, и в процессе оптимизации проектных решений они будут последовательно реализованы один в другом, в зависимости от природных и градостроительных особенностей данного участка.

В связи с этим в настоящей работе предложена гиперсетевая технология оптимизации проектных решений, учитывающая все эти особенности и неоднородность данной территории. Для этого сначала приведены содержательная и формальная постановка задачи, далее приведено подробное описание предлагаемой технологии, основанной на методе сеток.

2. Постановка задачи

2.1. Содержательная постановка задачи

Содержательную постановку задачи построения оптимальной структуры инженерной сети можно сформулировать с учетом затрат, связанных с построением и эксплуатацией проектируемой сети. Для этой цели вместо капитальных затрат рассматриваются приведенные затраты. Таким образом, задачу проектирования можно кратко сформулировать следующим образом: требуется, найти такую структуру инженерной сети, чтобы приведенные затраты на её строительство были минимальными, и при этом были выполнены все условия и ограничения, накладываемые на инженерные сети данного вида.

Для полного описания данной задачи необходимо описать особенности взаимодействия между создаваемой сетью и внешней средой.

2.2. Формальная постановка задачи

Поскольку формальная постановка задачи существенно зависит от математического объекта, описывающего структуру инженерной сети и от целевой функции, которая является критерием оптимальности решения соответствующих задач, приведем необходимые понятия и определения.

Математическая модель

В работах [1, 2] в качестве математической модели инженерных сетей рассматривается объект – «гиперсеть», с помощью которого можно легко описать задачу анализа и синтеза этих систем.

Определение. Гиперсеть $S=(X,V,R,P,F,W)$ это математическая модель для инженерных сетей, включающая в себя:

- $X=(x_1,x_2,...,x_n)$ – множество вершин;
- $V=(v_1,v_2,...,v_g)$ – множество ветвей;
- $R=(r_1,r_2,...,r_m)$ – множество ребер;
- P: $V\to 2^X$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $v\in V$ множество $P(v)\subseteq X$ его вершин. Тем самым отображение P определяет граф $PS=(X,V;P)$;
- F: $R\to 2^{V_{PS}}$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $r\in R$ множество ветвей $F(r)$. Семейство подмножеств ветвей $2^{V_{PS}}$ содержит такие подмножества, ветви которых составляют связную часть графа PS. Отображение F определяет гиперграф $FS=(V, R; W)$;
- $Zr\in R$ W: $r\to 2^{P(F(r))}$ – отображение, сопоставляющее каждому элементу $r\in R$ подмножество $W(r)\subseteq P(F(r))$ его вершин, где $P(F(r))$ – множество вершин в PS, инцидентных ветвям $F(r)\subseteq V$. Отображение W определяет граф $WS=(X,R;W)$.

Таким образом, гиперграф PS – первичная сеть, а гиперграф WS – вторичная сеть.

В большинстве случаев таким объектом является иерархическая гиперсеть.

Целевая функция

Целевая функция является критерием оптимальности решения задачи. Различают несколько целевых функций: линейная, нелинейная, целочисленная, булева, выпуклая, квадратичная и др. – в соответствии с формой математической зависимости, которую они отображают. Целевая функция обязательно содержит существенные параметры δ_i, относительно которых находится оптимальное решение (min или max) задачи [3]

$$\Psi(\delta_i)\to \text{opt}.$$

В частности, задача поиска проектных решений для линейных сооружений в целевой функции, как правило, содержит параметры, влияющие на величину приведенных затрат.

Метрические характеристики:

- $\rho(v)$ – длина ветви $v\in V$ первичной сети PS гиперсети S, по которой реализуется ребро графа вторичной сети;
- $\rho(r)$ – длина ребер $r\in R$ вторичной сети WS гиперсети S, проходящей по соответствующим ветвям графа первичной сети;

Стоимостные характеристики:

- $a(v)$ – стоимость строительных работ на единицу длины ветви $v\in V$ (у.е.);
- $b(r)$ – стоимость оборудования и монтажных работ на единицу длины ребер $r\in R$ (у.е.);

a) *По линейным сооружениям:*

$$(S)=\sum_{v\in V}a(v)\rho(v)+\sum_{r\in R}b(r)\rho(r), \qquad (1)$$

где $\rho(r)$ – длина ребер $r\in R$ гиперсети S, проходящей по ветвям $v\in V$, $\rho(r)=\sum_{v\in V}\rho(v)$. Первое слагаемое в выражении для $\psi(S)$ определяет затраты на строительные работы (включая стоимость земляных работ по сооружению: временных подъездных дорог, мостов, защитных сооружений и других устройств), а второе – затраты на приобретение и монтаж линейных сооружений (трубопроводов, кабелей и т. д.), включая эксплуатационные затраты.

b) *По узловым сооружениям:*

- l – количество узловых элементов (например, подстанций, электростанций и т. д.);
- c_i – стоимость узлового элемента, размещаемого в некотором i-м участке, включая стоимость его размещения и монтажа. Тогда:

$$U(S)=\sum_{i=1}^{l}c_i \qquad (2)$$

определяет стоимость приобретения, размещения и монтажа всех типов узловых сооружений сети. Таким образом, вся сеть будет оцениваться функцией:

$$Q=\psi(S)+U(S). \qquad (3)$$

Тогда в общем случае формальная постановка задачи имеет следующий вид:

Пусть известны:

- граф ситуационных трасс;
- возможные места расположений узлов первичной сети;
- число потребителей для каждого вида передаваемой продукции (газ, нефть, вода, электричество, информация и т. д.);
- матрица нагрузок между оконечными пунктами для каждого вида передаваемой продукции (газ, нефть, вода, электричество, информация и т. д.);
- стоимость передачи целевого продукта между оконечными пунктами первичной сети и т. д.

Требуется построить такую гиперсеть S, для которой $Q\to\min$ при заданных ограничениях.

3. Методические основы оптимизации инженерных сетей на неоднородной территории

3.1. Концепция послойного представления исходных данных

Сбор и анализ исходных данных, достоверно отображающих особенности данного участка, на котором размещается инженерная сеть, является неотъемлемой частью работы инженера-проектировщика. Исходными данными для проектирования инженерных сетей, являются топоосновы местности, выполненные по определённым стандартам [4]. На топооснове должны быть максимально точно отражены наземные и подземные коммуникации, ситуационные особенности и природные условия данного участка, рельеф местности и т. д.

Концепция послойного представления дает нам возможность сгруппировать исходные данные, объекты и явления, имеющие общие свойства или функциональные признаки в одном слое [5], рисунок.

Из рисунка видно, что совокупность слоев образует интегрированную информационную основу для оптимизации проектных решений, в которых объединяющей основой являются топографические карты и соответствующий граф ситуационных трасс.

Рисунок. *Послойное представление исходных данных*

Создание интегрированной информационной основы в процессе поиска и отбора проектных решений имеет очень важную формальную сторону – выбор способов наиболее оптимального и эффективного отображения объектов и явлений на топографической карте по назначению и приоритету. Последовательный отбор отображаемых на карту объектов и явлений должен учитывать особенности проектной деятельности инженера, назначение и вид инженерной сети.

3.2. Гиперсетевая технология в проектной деятельности инженера

а) Двумерный случай

Пусть на некотором участке D земной поверхности задано положение объектов X_0, которые надо связать линейными сооружениями, продольный профиль которых мало зависит от разнообразия форм рельефа, таким образом, чтобы затраты на строительство были минимальными. Для этих сооружений (напорных трубопроводов, линий связи и электропередач) практически не существует ограничений параметров трассы в профиле, важно преодоление только ситуационных препятствий. Чтобы учесть ситуационные особенности данного участка при оптимизации проектных решений в этом случае удобно использовать двумерную сетку на плоскости [6]. Для этого рассмотрим прямоугольную область (часть топографической карты) $\Omega=\{(x,\ y)|x\in(a<x<b,\ c<y<d\}$, содержащую в себе участок земной поверхности D и все ее точки. Область Ω разбиваем регулярной сеткой $l_x\times l_y$, образованной двумя семействами прямых $x=x_j$, $j=0,1,\ldots,n-1$, параллельных оси Oy, и прямых $y=y_i$, $i=0,1,\ldots,m-1$, параллельных оси Ox, которые делят область Ω на прямоугольные ячейки Ω_{ij}, где $\Omega_{ij}=\{(x,y)|x\in(x_j,x_{j+1}),y\in(y_i,y_{i+1})\}$.

Таким образом, область Ω можно представить в виде регулярной сетки, образованной из множества прямоугольных ячеек $\Omega_{ij}=\{(x,y)|x\in(x_j,x_{j+1}),y\in(y_i,y_{i+1})\}$. Сетка Ω должна быть накрыта на область D таким образом, чтобы объекты из множества X_0, где $X_0\in D$, размещались в некоторых ее узлах. Если такое невозможно, то объекты из множества X_0 смещаются в ближайший узел сетки Ω.

Будем использовать следующие обозначения: узлы регулярной сетки Ω обозначим через $x_{ji}=(x_j,y_i)$, $x_{j+k,i+r}=(x_{j+k},y_{i+r})$, где $\forall j\neq k$, $i\neq r$: k, $r=\{-1;0;1\}$. Каждая пара узлов $x_{ji}\in X$ и $x_{j+k,i+r}\in\Gamma(x_{ji})$ представляет собой ветви регулярной сетки. Всякая ветвь $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ регулярной сетки Ω, соединяющая пары точек x_{ji} и $x_{j+k,i+r}$, характеризуется длиной ρ и весом a.

В зависимости от конфигурации регулярной сетки длина ветви $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ определяется следующим образом:

- для прямоугольной сетки без диагоналей
$$\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})=|x_{j+k}-x_j|+|y_{i+r}-y_i|;$$
- для прямоугольной сетки с диагоналями
$$\rho(x_{ji},\ x_{j+k,i+r})=\sqrt{(x_{j+k}-x_j)^2+(y_{i+r}-y_i)^2}.$$

Нетрудно показать, что для линейных сооружений, продольный профиль которых мало зависит от разнообразия форм рельефа (например, для напорных трубопроводов, линий связи, линий электропередач и т. д.) величина $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ характеризующая длину линейного сооружения из вершины x_{ji} в вершину $x_{j+k,i+r}$ удовлетворяет аксиоме метрического пространства, т. е. для всех i, j и k, $r=\{-1;0;1\}$, где $j\neq k$, $i\neq r$:

1) $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})\geq 0\Rightarrow\rho(x_{ji},x_{j+k\ i+r})=0$, если $x_{ji}=x_{j+k,i+r}$;
2) $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=\rho(x_{j+k\ i+r},x_{ji})$;
3) $\rho(x_{j-1,i-1},x_{j+k,i+r})\leq\rho(x_{j-1i-1},x_{ji})+$ $+\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})$, $k,r\neq\{-1;0\}$.

Таким образом, областью Ω в нашем случае является сеточное метрическое пространство с некоторой заданной размерностью, в котором могут быть последовательно размещены структуры соответствующих подсистем, составляющих проектное решение инженерной сети. Следовательно, с помощью сеточного метрического пространства Ω задачи связанные с поиском оптимального маршрута на неоднородной территории могут быть сведены к известным задачам теории графов и теории гиперсетей.

Для этого на множестве узлов регулярной сетки Ω, наложенной на область D, построим граф $PG=(X,G,F_0)$, в котором множество вершин X соответствует множеству узлов этой сетки, а множество ветвей G-ветвям, соединяющим соответствующие пары узлов. Каждой ветви $g_\rho=(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ и каждому узлу $x_{ji}=(x_j,y_i)$, $x_{j+k,i+r}=(x_{j+k},y_{i+r})$ этого графа присвоим веса в соответствии выражениями (1) и (2).

При этом предполагается, что в горной местности удельные строительные затраты $Q(g)\geq 0$ различны в различных точках области Ω. Другими словами функция $Q(g)$ зависит от координат соответствующей точки $Q(g)=Q(g,y)$. В этом смысле область $D\in\Omega$, на которой предполагается разместить инженерную сеть, является неоднородной. Случай, когда $Q(g)$=const, считается плоским. Запись $Q(x,y)$ и $\rho(x,y)$ означает зависимость величин от координат точки метрического пространства Ω.

Тем самым, взвешенный граф $PG=(X, G, F_0)$, построенный на множестве узлов регулярной сетки Ω, определяет математическую модель топоосновы местности, предназначенную для аппроксимации местности с ее природными характеристиками и условиями. В этой модели отражена совокупность точек местности с известными координатами и различными весами ветвей и вершин.

Далее на множестве узловой основы данного участка построим граф ситуационной трассы $PO=(X_1\subseteq X,U;F_1)$, в котором X_1 – множество узловой основы, а U – всевозможные трассы для линейных сооружений.

Для множества узлов инженерных сетей построим граф вида $PS=(X_2=X_0,V;F_2)$, в котором множество вершин X_2 соответствует местам непосредственного размещения узловых элементов сети, а ребра V соответствует – линейным сооружениям, соединяющим соответствующие узлы инженерной сети.

И, наконец, построим граф вида $WS=(X_3\subseteq X_2,R;F_3)$, в котором X_3 – множество узлов, а R – множество ребер вторичной сети.

Таким образом, структура инженерной сети в этом случае задается иерархической 3-гиперсетью, определяемой следующим образом: пусть даны гиперграфы $PG=(X,G,F_0)$, $PO=(X_1,U,F_1)$, $PS=(X_2,V,F_2)$ и $WS=(X_3,R,F_3)$. Тогда последовательности отображений $\{F_i\}$: $WS\xrightarrow{F_3}PS\xrightarrow{F_2}PO\xrightarrow{F_1}PG$ определяют иерархическую 3-гиперсеть $S_3=(X,G,U,V,R,F_1,F_2,F_3)$. Более подробно определение иерархической k-гиперсети приведено в работе [7].

Таким образом, задача оптимизации заключается в поиске оптимального маршрута на графе ситуационных трасс в иерархической 3-гиперсети, для которой (3) принимает минимальное значение, при заданных ограничениях. Далее последовательно граф первичной сети реализуется на графе ситуационной трассы, а граф вторичной сети реализуется на графе первичной сети.

b) Трехмерный случай

Пусть как и в предыдущем случае задан участок D земной поверхности с некоторыми точками X_0 на ней, которые надо связать такими линейными сооружениями, как самотечные трубопроводы, каналы и т. д. таким образом, чтобы затраты на строительство сети были минимальны. Высотные характеристики в данном случае будут определяющими. Чтобы учесть ситуационные особенности данного участка и его высотные характеристики при оптимизации проектных решений в этом случае удобно пользоваться трехмерной сеткой в пространстве.

Для этого на участке местности выделяется область Ω в виде регулярной горизонтальной сетки, содержащей в себе участок $D\in\Omega$ и все его точки, за пределы которого не планируется строительство линейного сооружения. Вводится система координат $Oxyz$, начало которой расположено в одном из углов горизонтальной сетки Ω, оси Ox и Oy направлены по ее сторонам, а ось Oz направлена вверх. По правилам, приведенным выше, задаются шаг сетки l_x по оси Ox и шаг l_y по оси Oy. В силу того, что в нашем случае горизонтальная сетка Ω регулярная, шаг сетки по оси Ox и по оси Oy – одинаковы, т. е. $l=l_x=l_y$. Далее в пределах регулярной сетки Ω для каждой точки $z=f(x, y)$ аналитически или в виде таблицы задается минимальная перепад высоты h моделируемой поверхности. В качестве такой модели могут быть использованы кубы или гиперкубы, у которых длина ветви $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})$определяется по следующему правилу:

- если узлы соседних ячеек $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$, где k, $r=\{-1;0;1\}$, на одном уровне, то $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=l$;
- если вершины соседних клеток $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ на разных уровнях, то $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=\sqrt{l^2+h^2}$;
- если вершины соседних клеток $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ на разных уровнях (диагональ с двумя ступенями), то $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=\sqrt{2l^2+4h^2}$;
- если вершины соседних клеток $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ на одном уровне (диагональ), то $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=l\sqrt{2}$;
- если вершины соседних клеток $(x_{ji},x_{j+k,i+r})$ на разном уровне (диагональ с одной ступенью), то $\rho(x_{ji},x_{j+k,i+r})=\sqrt{2l^2+h^2}$.

Как и в предыдущем случае на множестве узлов куба или гиперкуба построим иерархическую 3-гиперсеть $S_3=(X,G,U,V,R,F_1,F_2,F_3)$. Поскольку в этом случае важен перепад высот, то на уровне графа ситуационных трасс встречаются как ориентированные, так и неориентированные ребра. Ориентированные ребра направлены от более высокой вершины к более низкой. Если смежные вершины на одной высоте, то инцидентное им ребро не ориентируется. Таким образом, иерархическая 3-гиперсеть $S_3=(X,G,U,V,R,F_1,F_2,F_3)$ в этом случае является смешанной.

Постановка задачи оптимизации иерархической 3-гиперсети S в этом случае совпадает с предыдущей задачей, с той разницей, что оптимальный маршрут ищется в смещенном графе ситуационных трасс.

4. Краткое описание методики оптимизации проектных решений

Основная суть гиперсетевой технологии создания инженерных сетей заключается в том, что в основу послойного описания элементов топоосновы местности закладывается некоторое сеточное метрическое пространство Ω с некоторой заданной размерностью, в котором последовательно размещаются структуры соответствующих подсистем составляющих проектное решение инженерной сети.

Тем самым гиперсетевая технология позволяет описать любую взаимосвязанную совокупность инженерных сетей (включая сети связи и транспортные сети), с учетом всех структурных параметров и экономических характеристик.

Для этого, как и в предыдущих случаях, каждому слою, приведенному на рисунке, поставим в соответствие сетку определенной конфигурации с соответствующими шагами ячеек, где размеры ячеек означают сложность строительно-монтажных и эксплуатационных работ по данному виду слоя при создании инженерной сети. В результате, получается наложенные друг на друга сетки (графы), в целом описывающие интегрированную информационную основу данного участка. Далее по предложенной в п.п. 3.2 технологии на множестве узлов каждой полученной сетки, строятся графы $PS=(X,V,P)\equiv WS_0=(Y_0,R_0;F_0)$, $WS_1=(Y_1\subseteq X,R_1;F_1),\ldots$, $WS_k=(Y_k\subseteq Y_{k-1},R_k;F_k)$, образующий иерархическую k-гиперсеть в которой каждый i-й гиперграф позволяет выполнить поиск нужных точек, нужных отрезков и нужных функций в этом слое. Таким образом, задача оптимизации инженерной сети на земной поверхности с неоднородной территорией полностью формализуется и сводится к решению соответствующих задач на гиперсетях.

Следует отметить, что согласно [7] любой иерархической k-гиперсети можно поставить в соответствие иерархические гиперсети с меньшим числом уровней. Построение иерархической гиперсети с меньшим числом уровней играет большую роль в задачах синтеза инженерных сетей.

Особенность предложенной технологи состоит в том, что путем последовательного построения многослойной сети на очередном слое, становится возможным сводить сложную постановку задачи к более простой гиперсетевой задаче. Такой подход позволяет инженеру-изыскателю находить локальные оптимальные решения, на месте используя математическое и программное обеспечение персонального компьютера (модель иерархической гиперсети и ГИС) и выход в сеть Интернет.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Попков В.К. Гиперсети и структурные модели сложных систем // Математические и имитационные модели сложных систем. – Системное моделирование – 6: Сб. научных трудов / под ред. М.И. Нечепуренко. – Новосибирск: ВЦ СО АН СССР – 1981. – С. 26–48.
2. Попков В.К. Математические модели связности. – Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 2006. – 490 с.
3. Попков Г.В. Применение теории гиперсетей в задачах оптимизации систем сетевой структуры // Проблемы оптимизации сложных систем: Матер. III Азиатской Междунар. школы-семинара. – г. Бишкек, Кыргызская Республика, 1–12 июля 2007. – Новосибирск, 2007. – С. 87–92.
4. Галямов В.А. О задаче оптимизации построения первичной сети связи // Проблемы оптимизации сложных систем: Матер. I Азиатской Междунар. школы-семинара. – г. Новосибирск, 19–26 июня 2005. – Новосибирск, 2005. – С. 66–78.
5. Федотов Г.А. Инженерная геодезия. – М.: Высшая школа, 2009. – 463 с.
6. Токтошов Г.Ы. Сеточная аппроксимация элементов рельефа местности // Информатика и проблемы телекоммуникаций: Матер. Росс. научно-техн. конф. – г. Новосибирск, 27–28 апреля 2009. – Новосибирск, 2009. – Т. 1. – С. 23–24.
7. Попков В.К., Кауль С.Б., Нечепуренко М.И., Букреев Е.М., Калеников А.И. Методы оптимизации структур зоновых сетей связи. – Новосибирск: ИВМиМГ СО РАН, 1984. – 180 с.

Поступила 21.06.2010 г.